



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV KONSTRUOVÁNÍ**

INSTITUTE OF MACHINE AND INDUSTRIAL DESIGN

**NÁVRH KONSTRUKCE INVERZNÍHO KYVADLA**

THE DESIGN OF INVERSE PENDULUM

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

Ondřej Kukla

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

Ing. Zbyněk Strecker, Ph.D.

**BRNO 2019**



# Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav konstruování  
Student: **Ondřej Kukla**  
Studijní program: Strojírenství  
Studijní obor: Základy strojního inženýrství  
Vedoucí práce: **Ing. Zbyněk Strecker, Ph.D.**  
Akademický rok: 2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## Návrh konstrukce inverzního kyvadla

### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Na Ústavu konstruování se do prvního ročníku zavádí nový předmět Řízení strojů a procesů. Na demonstraci zpětnovazebného řízení chybí vhodný přípravek. Inverzní kyvadlo je typickou úlohou na zpětnovazebné řízení.

Typ práce: vývojová – konstrukční

### Cíle bakalářské práce:

Hlavním cílem je vyvinout jednoduchou mechanickou konstrukci inverzního kyvadla, která umožní demonstraci zpětnovazebného řízení pomocí arduina.

Dílčí cíle bakalářské práce:

- studium různých konstrukcí inverzního kyvadla,
- návrh konstrukce inverzního kyvadla,
- sestavení inverzního kyvadla,
- návrh řízení inverzního kyvadla,
- experimentální ověření funkčnosti.

Požadované výstupy: průvodní zpráva, výkresy součástí, výkres sestavení.

Rozsah práce: cca 27 000 znaků (15 – 20 stran textu bez obrázků).

Struktura práce a šablona průvodní zprávy jsou závazné:

[http://dokumenty.uk.fme.vutbr.cz/BP\\_DP/Zasady\\_VSKP\\_2019.pdf](http://dokumenty.uk.fme.vutbr.cz/BP_DP/Zasady_VSKP_2019.pdf)

**Seznam doporučené literatury:**

SHIGLEY, J.E., MISCHKE, Ch.R., BUDYNAS, R.G.: Konstruování strojních součástí. Překlad 7. vydání, VUTIUM, Brno 2010, 1186 s, ISBN 978-80-214-2629-0.

SELECKÝ, M.. Arduino: uživatelská příručka. Přeložil Martin HERODEK. Brno: Computer Press, 2016. ISBN 9788025148402.

KOBRLE, P. a J. PAVELKA. Elektrické pohony a jejich řízení. 3. přepracované vydání. V Praze: České vysoké učení technické, 2016. ISBN 9788001060070.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Martin Hartl, Ph.D.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## ABSTRAKT

Cílem této práce je navrhnout konstrukci inverzního kyvadla a experimentálně ověřit jeho funkčnost. Návrh byl řešen softwarem MATLAB Simulink a ověření spočívalo v otočení kyvadla o  $360^\circ$ . V práci je popsáno funkční zařízení, které odpovídá požadavkům zadání. V této práci je popsán postup při návrhu a konstrukci inverzního kyvadla, což je jejím hlavním přínosem.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Inverzní kyvadlo, lineární vedení, arduino, grbl

## ABSTRACT

This thesis deals with design of inverted pendulum and experimental prove its functionality. Design was made in MATLAB Simulink software and experiment meant that pendulum can turn about  $360^\circ$ . In this thesis is described functional device which meets all asked requirements. There is also described process of design and construction of inverted pendulum which is the main benefit.

## KEYWORDS

Inverted pendulum, linear guide, arduino, grbl



## BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

KUKLA, Ondřej. *Návrh konstrukce inverzního kyvadla*. Brno, 2019, 51 s. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav konstruování. Vedoucí bakalářské práce Ing. Zbyněk Strecker, Ph.D.





## PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych rád poděkoval Ing. Zbyňku Streckerovi, Ph.D. za vstřícnost, cenné rady a ochotu při vypracovávání této práce. Dále bych chtěl poděkovat všem, kteří mi pomáhali s vypracováním této bakalářské práce a svým blízkým za podporu v průběhu celého studia.

## PROHLÁŠENÍ AUTORA O PŮVODNOSTI PRÁCE

Prohlašuji, že bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně, pod odborným vedením Ing. Zbyňka Streckera, Ph.D. Současně prohlašuji, že všechny zdroje obrazových a textových informací, ze kterých jsem čerpal, jsou řádně citovány v seznamu použitých zdrojů.

.....

Podpis autora



# OBSAH

<b>1</b>	<b>ÚVOD</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ</b>	<b>14</b>
2.1	Typy inverzních kyvadel	14
2.1.1	Lineární inverzní kyvadlo s vozíkem	14
2.1.2	Rotační inverzní kyvadlo	15
2.1.3	Inverzní kyvadlo se setrvačником	16
2.1.4	Inverzní kyvadlo vyrovnané kmitáním	16
2.2	Lineární vedení	17
2.2.1	Rolnickové vedení	18
2.2.2	Kluzné vedení	18
<b>3</b>	<b>ANALÝZA PROBLÉMU A CÍL PRÁCE</b>	<b>19</b>
3.1	Analýza problému	19
3.2	Cíl práce	19
<b>4</b>	<b>KONCEPČNÍ ŘEŠENÍ</b>	<b>20</b>
4.1	Schéma	20
4.2	Simulace modelu	20
4.3	Motor	23
4.4	Návrh ozubeného převodu	26
4.5	Model inverzního kyvadla	27
4.6	Návrh řízení	27
4.6.1	Hardware	28
4.6.2	Software	31
<b>5</b>	<b>KONSTRUKČNÍ ŘEŠENÍ</b>	<b>32</b>
5.1	Vedení	32
5.2	Vozík	33
5.3	Sestava kyvadla	34
5.4	Řemenice a ozubený řemen	34
5.5	Hnací řemenice	35
5.6	Hnaná řemenice	35

5.7	Výběr materiálu	37
5.8	Plech	37
5.9	Náklady	38
5.10	Experimentální ověření	38
<b>6</b>	<b>DISKUZE</b>	<b>41</b>
<b>7</b>	<b>ZÁVĚR</b>	<b>42</b>
<b>8</b>	<b>SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ</b>	<b>43</b>
<b>9</b>	<b>SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK, SYMBOLŮ A VELIČIN</b>	<b>46</b>
9.1	Příklady použitých zkratk	46
9.2	Příklady použitých fyzikálních veličin	46
<b>10</b>	<b>SEZNAM OBRÁZKŮ A GRAFŮ</b>	<b>48</b>
<b>11</b>	<b>SEZNAM TABULEK</b>	<b>50</b>
<b>12</b>	<b>SEZNAM PŘÍLOH</b>	<b>51</b>

# 1 ÚVOD

Tato bakalářská práce popisuje návrh a konstrukci inverzního kyvadla. Pro návrh zařízení byla použita energetická metoda, což znamená, že návrh byl závislý na zrychlení vozíku a úhlu natočení kyvadla. Matematický model byl vytvořen v softwaru Matlab Simulink, ze kterého se podařilo získat hlavní parametry kyvadla a motoru. Dále je zde navržena koncepce řízení pomocí arduina, která se ale musí ověřit v praxi, zda je dostatečně přesná pro tento případ. Co se týká konstrukce, tak jsou zde řešeny jednotlivé uzly jako lineární vedení, řemenice a sestava vozíku s kyvadlem. V poslední části je popsáno ověření navrženého zařízení. Byl proveden experiment, který spočíval v překmitnutí kyvadla a tento experiment se podařilo úspěšně dokončit. Ověření bylo provedeno v softwaru GRBL Panel, který sloužil pro naprogramování pohybu vozíku.

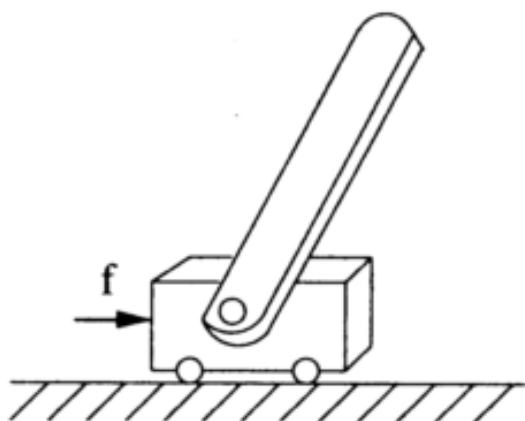
Motivací této práce bylo vytvořit funkční zařízení pro školní potřebu, které je vhodné pro zpětnovazební řízení.

## 2 PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ

### 2.1 Typy inverzních kyvadel

#### 2.1.1 Lineární inverzní kyvadlo s vozíkem

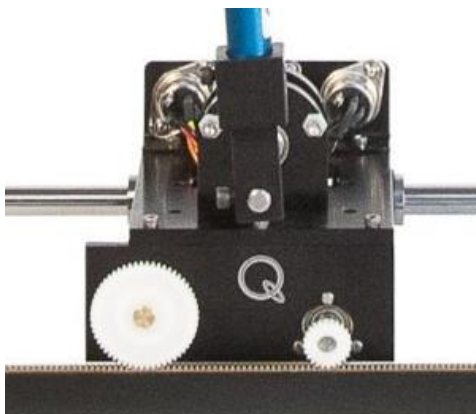
Lineární inverzní kyvadlo je zařízení, které má dva stupně volnosti. Rotující kyvadlo na vozíku se skládá z tyče, která se pohybuje s vozíkem. Kyvadlo se může volně otáčet kolem jedné osy. Vozík se může pohybovat horizontálně po lineárním vedení, kolmo na osu rotace kyvadla, díky síle, kterou vyprodukuje elektromotor.[1] Obvykle se na tomto zařízení nachází snímače pro zjištění polohy kyvadla, referenční senzor pro zjištění polohy vozíku a koncové dorazy, které odpojí motor v případě chyby spuštěného programu.



obr. 2-1 Lineární inverzní kyvadlo[1]

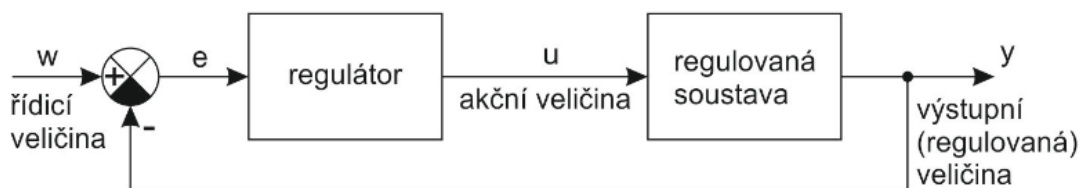
Tento typ kyvadla je navrhován nejčastěji. Z konstrukčního hlediska může být motor umístěn buď na vozíku, nebo na konci vedení. Nevýhodou umístění na vozíku je, že vozík bude více zatížen a bude potřeba větší síla pro získání dostatečného zrychlení a rozkmitání kyvadla. Rotační pohyb motoru na lineární pohyb vozíku se dá převést několika variantami, ozubeným hřebenem, ozubeným řemenem nebo pohybovým šroubem. Aby bylo zařízení funkční, musí zvládnout vyšvihnout kyvadlo do horní nestabilní polohy. Návrh se provádí buď heuristickou nebo energetickou metodou.

Heuristická metoda spočívá v dodávání energie kyvadlu tím, že se vozík pohybuje opačným směrem, než je vychýleno kyvadlo. Tato metoda funguje jen do té doby, dokud kyvadlo nepřekročí vodorovnou polohu. Metoda závisí jen na úhlu kyvadla a výstupem je rychlost vozíku. Při návrhu energetickou metodou se vytvoří matematický model, který závisí na úhlu natočení kyvadla a zrychlení vozíku. Výstupem je rychlost vozíku.[2]



**obr. 2-2** Posuv vozíku pomocí ozubeného kola a hřebene[3]

Pro regulaci se používá řízení se zpětnou vazbou, které je popsáno na obrázku (viz obr. 2-3) a funguje tak, že se regulační odchylka ( $e$ ) získá jako rozdíl řídicí veličiny (zrychlení vozíku) a regulované veličiny (úhel natočení kyvadla). Podle velikosti odchylky regulátor působí akční veličinou (otáčky motoru) tak, aby byla dosažena požadovaná hodnota regulované veličiny na výstupu.[4]

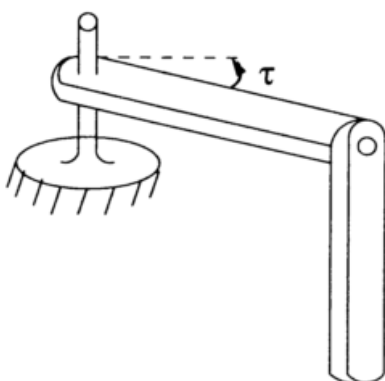


**obr. 2-3** Princip řízení se zpětnou vazbou[4]

### 2.1.2 Rotační inverzní kyvadlo

Rotační inverzní kyvadlo je vyvinuto z lineárního inverzního kyvadla a je také známo jako Furutovo kyvadlo. Toto zařízení má 2 stupně volnosti. Skládá se z motoru, ramena a kyvadla. Kyvadlo je spojeno s ramenem, které je řízeno elektromotorem v horizontálním směru a dostává kyvadlo do nestabilní polohy. Rotační inverzní kyvadlo mění lineární řízení na rotační, čímž dělá systém ještě více komplexní a nestabilní. Jeho řízení je tedy obtížnější oproti lineárnímu. Na druhou stranu tento typ není limitovaný délkou vedení a odpadá omezení pro řízení.[5]

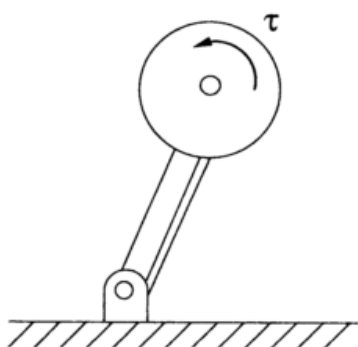
Co se týká konstrukce, tak je o něco jednodušší než lineární kyvadlo s vozíkem. K motoru je připojeno rameno, které koná rotační pohyb a rozhoupává kyvadlo. Není potřeba navrhovat vozík a vodící systém.



obr. 2-4 Rotační inverzní kyvadlo[1]

### 2.1.3 Inverzní kyvadlo se setrvačníkem

Inverzní kyvadlo se setrvačníkem se skládá z kyvadla otáčejícího se na čepu bez tření s rotujícím setrvačníkem nad osou rotace kyvadla. Senzor je umístěn na spodní části kyvadla a snímá úhel jeho natočení. Moment setrvačnosti generovaný úhlovým zrychlením setrvačníku umožňuje kyvadlu natáčet se v obou směrech. Setrvačník je poháněn elektromotorem.[1,6]



obr. 2-5 Inverzní kyvadlo se setrvačníkem[1]

### 2.1.4 Inverzní kyvadlo vyrovnané kmitáním

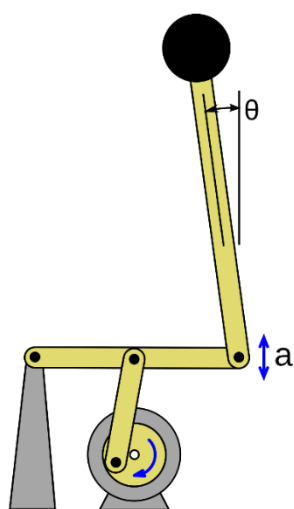
Nazývá se také Kapititzovo kyvadlo a je pojmenováno po ruském fyzikovi Pyotru Kapitze. Toto kyvadlo jako jediné nepotřebuje k řízení zpětnou vazbu. Je to možné, pokud osa rotace bude kmitat s malou amplitudou a velkou frekvencí ve vertikálním směru.[7]



O kyvadlo, jehož osa rotace se periodicky mění ve vertikálním směru je v poslední době čím dál větší zájem, vzhledem k různorodosti jevů, které se u tohoto zařízení vyskytují, jako například parametrická rezonance, synchronizovaná rotace a chaotický pohyb. Když je splněna nerovnice (1-1), tak jsou vibrace dost velké a inverzní kyvadlo nemá tendenci k poklesu. I když nastane malá odchylka vertikální polohy kyvadla, tak má tendenci vrátit se nazpět.[8]

$$a_k \omega_k > \sqrt{2gl} \quad (1-1)$$

kde  $a_k$  je amplituda kmitů udávaná v m,  $\omega_k$  je frekvence kmitů udávaná v Hz,  $g$  je tíhové zrychlení udávané v  $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $l$  je délka kyvadla udávaná v m.



obr. 2-6 Kapitzaovo kyvadlo[9]

Konstrukce oscilačního kyvadla je docela jednoduchá. Oscilační pohyb osy se dá zajistit pomocí klikového mechanismu.

## 2.2 Lineární vedení

Lineární systémy jsou ucelené funkční celky nebo také elektromechanické soustavy, které umožňují lineární pohyb dílce nebo nějaké jiné soustavy. Lineární systémy se skládají z lineárního vedení, vozíků a pohonu. Pohony umožňují regulovatelnost lineárního systému a jeho nasazení do řízených celků. Lineární vedení se vyrábí buď jako kluzná, nebo jako valivá.

### 2.2.1 Rolničkové vedení

Rolničkové vedení je typ valivého vedení a je bezúdržbové s nízkým koeficientem tření. Rolničkové vedení se skládá z kolejnice, rolen a vozíku. Hlava kolejnice má tvar buď písmene V nebo U. Rolny tvoří ložiska s kosoúhlým stykem a čepem zapadajícím do kolejnice. Oproti kluznému vedení má nižší únosnost.[10]

Pro porovnání bylo vybráno rolničkové vedení ALUROL o délce 1 m firmy Teatechnik s.r.o., jehož cena je 4815 Kč.



obr. 2-7 Rolničkové vedení ALUROL[11]

### 2.2.2 Kluzné vedení

Kluzná vedení jsou bezúdržbová vedení. Mají dobré kluzné vlastnosti, jsou vhodná k chodu nasucho a jsou chemicky vysoce odolná. Tato vedení se vyrábějí v různých velikostech a výsledkem jsou velmi hospodárné konstrukce. Kluzná vedení jsou lineární pevná ložiska s nejméně jedním vodícím vozíkem. Zachycují síly ze všech směrů, kromě směru pohybu vozíku. Mají nízké opotřebení a jsou necitlivé k nečistotám.[12]

Pro porovnání bylo vybráno vedení firmy igus, model ZLW-0630, jehož délka je 1 m. Rotační pohyb z motoru je přenesen na pohyb vozíku pomocí řemenic a ozubeného řemene. Cena tohoto vedení 7 395 Kč.



obr. 2-8 Lineární vedení igus ZLW-0630[13]

## 3 ANALÝZA PROBLÉMU A CÍL PRÁCE

### 3.1 Analýza problému

V minulé kapitole byly představeny čtyři typy inverzních kyvadel, z nichž připadají v úvahu dva typy, a to lineární a rotační. Vybráno bylo inverzní kyvadlo s lineárním vedením, přestože je konstrukčně o něco složitější než rotační kyvadlo, zato návrh řízení je u něj jednodušší. Inverzní kyvadlo se setrvačником bylo zamítnuto z důvodu složitosti konstrukce rotační vazby a na inverzní kyvadlo vyrovnávané kmitáním se nedá aplikovat zpětnovazební řízení. Kompletní vedení nebylo vybráno žádné z důvodu vysoké ceny pro daný účel, takže následující kapitola obsahuje i vlastní návrh lineárního vedení. Bylo zvoleno kluzné vedení z důvodu menších rozměrů a nižší ceně kluzných pouzder oproti valivým. Přenos rotačního pohybu motoru na lineární pohyb vozíku byl zvolen pomocí ozubených řemenic a ozubeného řemene.

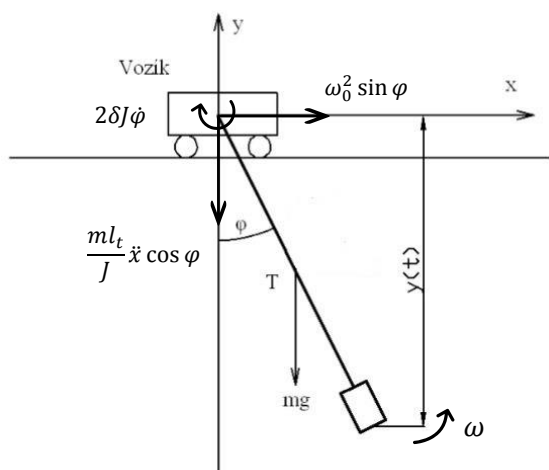
### 3.2 Cíl práce

Hlavním cílem práce je navrhnout a sestavit funkční zařízení, jehož funkčnost musí být vhodně ověřena. Dalším cílem je navrhnout koncept řízení, kterým se bude provádět zpětnovazební řízení. Plánovaný rozpočet je 1400 Kč.

## 4 KONCEPČNÍ ŘEŠENÍ

V této kapitole je popsán návrh modelu, získání nejdůležitějších hodnot a návrh konstrukce.

### 4.1 Schéma



obr. 4-1 Schéma inverzního kyvadla s vozíkem[14 upraveno]

Na schématu (viz obr. 4-1) jsou znázorněny působící síly na kyvadlo. Síla  $2\delta J\dot{\varphi}$  je ztrátová síla a vyjadřuje tlumení kmitů. Tato síla působí vždy proti pohybu kyvadla, tím pádem je ve výpočtu vždy záporná. Síly  $\omega_0^2 \sin \varphi$  a  $\frac{ml_t}{J} \dot{x} \cos \varphi$  jsou síly působící na kyvadlo v závislosti na úhlu natočení kyvadla v x-ové a y-ové složce.

### 4.2 Simulace modelu

K tomu, aby bylo možné stanovit délku vedení a sílu potřebnou k vyšvihnutí kyvadla, je potřeba vytvořit model. Dle [14] byl vytvořen model podle rovnic (4-1) a (4-2), který popisuje situaci, kdy je kyvadlo připevněné na vozíku.

$$\ddot{\varphi} = -2\delta\dot{\varphi} - \omega_0^2 \sin \varphi - \frac{ml_t}{J} \dot{x} \cos \varphi \quad (4-1)$$

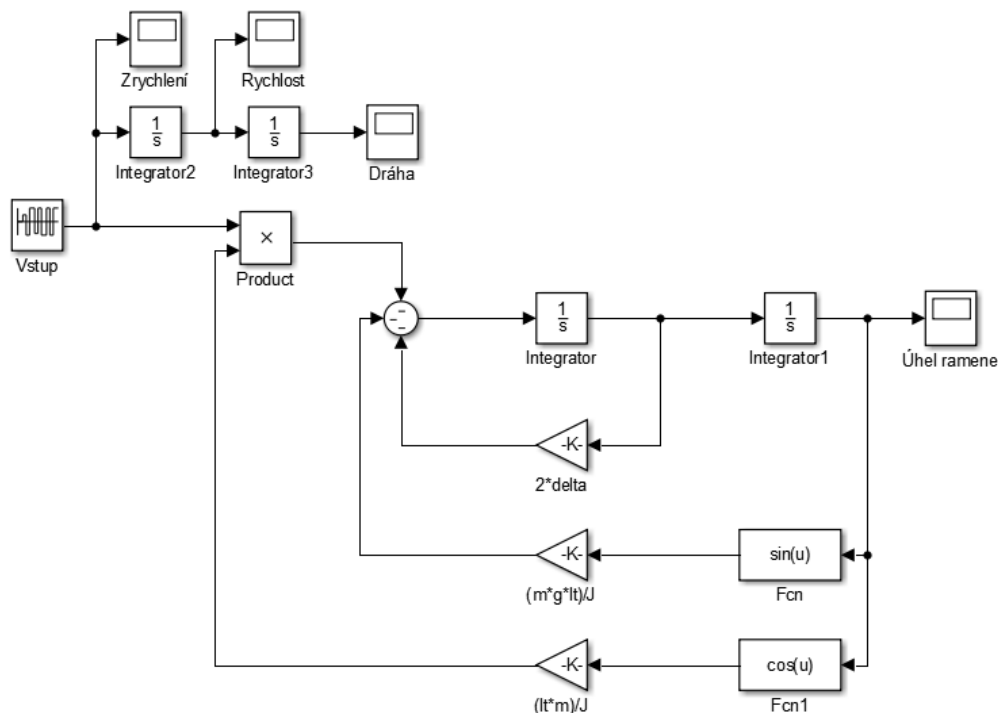
Kde  $\ddot{\varphi}$  je úhlové zrychlení udávané v  $\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $\dot{\varphi}$  je úhlová rychlost udávaná v  $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\varphi$  je úhlová dráha udávaná v  $\text{rad}$ ,  $\delta$  je koeficient útlumu udávaný v  $\text{s}^{-1}$ ,  $\omega_0$  je úhlová frekvence udávaná v  $\text{s}^{-1}$ ,  $m$  je hmotnost kyvadla udávaná v  $\text{kg}$ ,  $l_t$  je vzdálenost těžiště kyvadla od osy rotace udávaná v  $\text{m}$ ,  $J$  je moment setrvačnosti kyvadla udávaný v  $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $\ddot{x}$  je zrychlení vozíku udávané v  $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl_t}{J}} \quad (4-2)$$

Kde  $g$  je tíhové zrychlení udávané v  $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

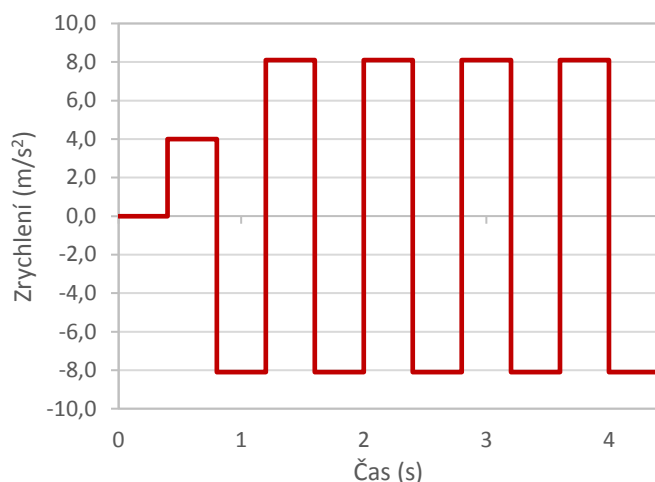
Jako vstupní parametr byly zvoleny rozměry kyvadla. Je to hliníková tyč o průměru 8 mm a délce 500 mm. Aby byl model přesný, je potřeba spočítat moment setrvačnosti pro toto kyvadlo, vzdálenost těžiště kyvadla k ose rotace a hmotnost vozíku. Hmotnost kyvadla je 0,068 kg a vzdálenost těžiště od osy rotace je 0,261 mm. Tyto hodnoty byly odečteny z CAD modelu. Moment setrvačnosti tyče k ose procházející středem se spočítá podle rovnice (4-3) a následně se pomocí Steinerovy věty přepočítá k ose rotace kyvadla. Výsledná hodnota je potom 0,00612  $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ .

$$J = \frac{1}{12}ml^2 \quad (4-3)$$



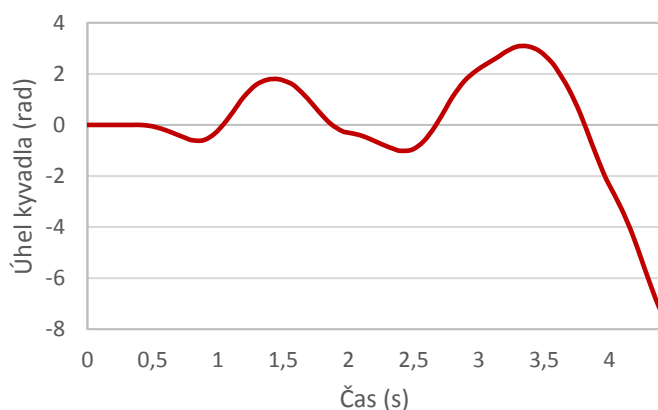
obr. 4-2 Model v Simulinku[14]

Koeficient útlumu  $\delta$  byl ponechán z [14] a rovná se  $0,135 \text{ s}^{-1}$ . Nyní jsou všechny hodnoty známy a zrychlení může být experimentálně nastavováno tak, aby se rameno přehouplo přes horní polohu, tedy aby úhel ramene byl větší než  $\pi$ . Zrychlení je navoleno tak, aby vozík jezdil z jedné strany na druhou a rozkmital kyvadlo. Zároveň bylo snahou najít co nejnižší zrychlení, které to dokáže, protože čím nižší zrychlení bude potřeba, tím nižší budou nároky na motor. Bylo zjištěno, že když každý interval trvá 0,4 s, tak je dostačující zrychlení  $8,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .



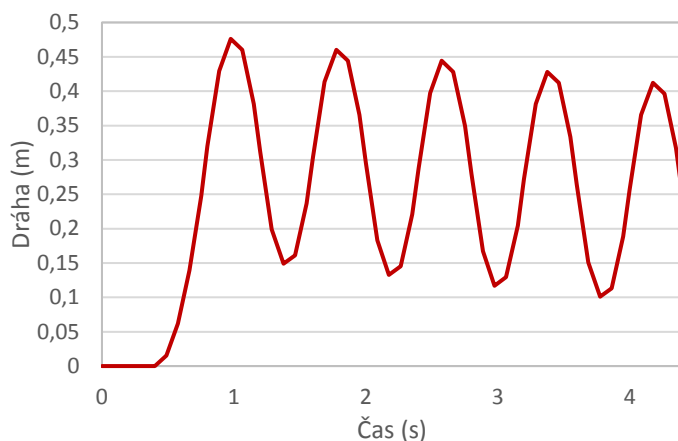
**obr. 4-3** Průběh zrychlení vozíku

Takové zrychlení způsobí to, že se kyvadlo rozkmitá a zvládne se přehoupnout zhruba za 4 s podle grafu natočení kyvadla (viz obr. 4-4).



**obr. 4-4** Průběh natočení kyvadla

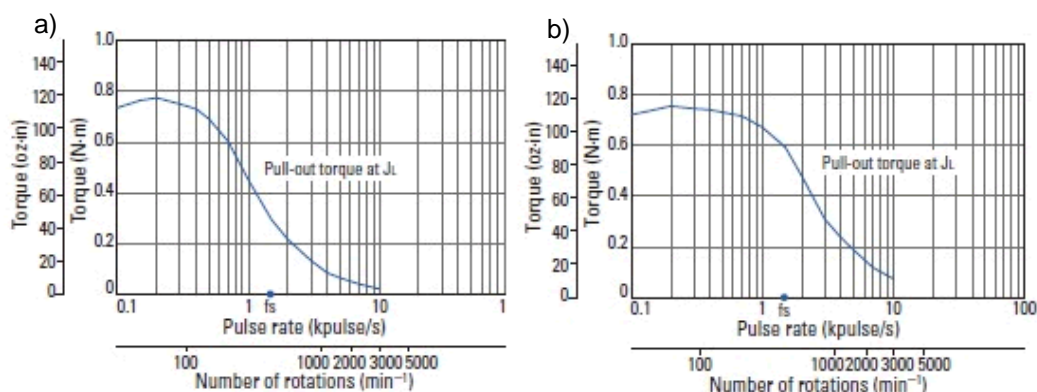
Jako poslední rozměr zbývá zjistit, jakou dráhu při takovém průběhu zrychlení urazí vozík. Ta se získá druhou integrací zrychlení. Z grafu (viz obr. 4-5) lze zjistit, že celý proces lze provést na kratší dráze než 0,5 m.



obr. 4-5 Průběh dráhy kyvadla

### 4.3 Motor

K dispozici je krokový motor Sanyo Denki Type 103H7123-0245, ale je potřeba ověřit jeho vhodnost. Jeho jmenovitý proud je 1,5 A a posuv na zub  $1,8^\circ$ , takže na jednu otáčku hřídele motoru se posune o 200 kroků. Krokové motory lze díky svým vlastnostem použít pro přesné polohování. Tyto motory jsou vhodné pro aplikace, kde je třeba velkého rozběhového momentu. Momentová charakteristika tohoto modelu není k dispozici, ale obecně se pracovní oblast krokových motorů pohybuje v řádu desítek až stovek otáček za minutu. Při vyšších otáčkách může snímač přeskakovat některé kroky a při polohování začínou vznikat nepřesnosti. Vycházelo se z momentových charakteristik motorů s podobným označením, a to konkrétně 103H7123-0140 a 103H7123-0440.

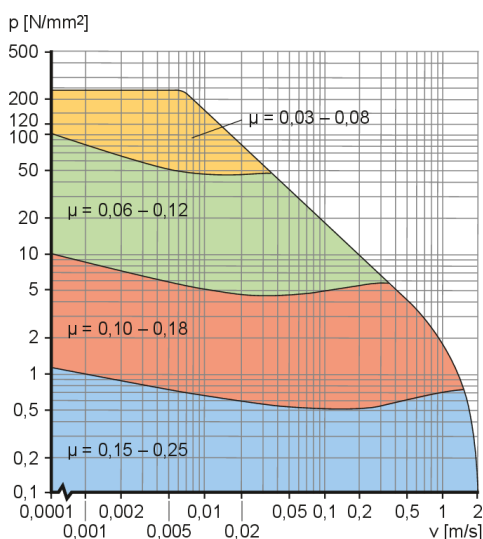


obr. 4-6 Momentové charakteristiky motorů Sanyo Denki; a) 103H7123-140; b) 103H7123-0440[15]

Co se týká třecích ztrát, tak ty jsou relativně vysoké, protože v tomto případě jsou nepříznivé provozní podmínky. Ideální podmínky nastávají při vysokém zatížení a pomalých kluzných rychlostech[16], ale v tomto případě není splněna ani jedna. Ze vztahu (4-4) vyplývá, že se třecí síla spočítá stejně jako síla vyvinutá motorem, jen je navíc vynásobena koeficientem tření, který je v tomto případě v rozmezí 0,15 až 0,25, kvůli malému zatížení vozíku a rychlostem až  $1,64 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Z průběhu zrychlení (viz obr. 4-3) vychází, že zrychlení je  $8,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  a celková hmotnost vozíku se všemi součástmi je 0,258 kg. Hmotnost vozíku byla odečtena z CAD modelu. Pro případ, že třecí koeficient je maximální, tak třecí síla vychází 0,522 N.

$$F_T = m_v a \mu \quad (4-4)$$

Kde  $F_t$  je třecí síla udávaná v N,  $m_v$  je hmotnost vozíku udávaná v kg,  $a$  je zrychlení vozíku udávané v  $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $\mu$  je koeficient tření kluzných ložisek.



obr. 4-7 Diagram koeficientu tření kluzných ložisek[17]

Celková síla působící na vozík se spočítá podle vztahu (4-5) a je to součet síly působící ze zjištěného zrychlení a třecí síly. Musí být zajištěno, aby motor zvládl vyvinout dostatečný krouticí moment, tím pádem na vozík bude působit síla, která vyvolá požadované zrychlení  $8,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Celková působící síla na vozík je 2,612 N.

$$F = m_v a + F_T \quad (4-5)$$

Kde  $F$  je síla působící na vozík udávaná v N.

$$M_k = F r \quad (4-6)$$

Kde  $M_k$  je krouticí moment udávaný v  $\text{N}\cdot\text{m}$ ,  $r$  je poloměr řemenice udávaný v m.



Se zvětšujícím se poloměrem řemenice se zvětšuje kroutící moment a zmenšují se potřebné otáčky za minutu. Protože se zvyšující se úhlovou rychlostí se u krokových motorů zhoršuje přesnost a rapidně klesá moment, tak bylo vhodné vybrat řemenici tak, aby otáčky za minutu nebyly příliš vysoké. Vybrána byla řemenice s poloměrem 0,025 m. Kroutící moment s působící silou 2,612 N a řemenicí o poloměru 0,025 m vyjde 0,0653 N·m. Podle momentové charakteristiky (viz obr. 4-6) má slabší motor s označením 0140 kroutící moment zhruba 0,2 N·m při 750 otáčkách, což vyhovuje.

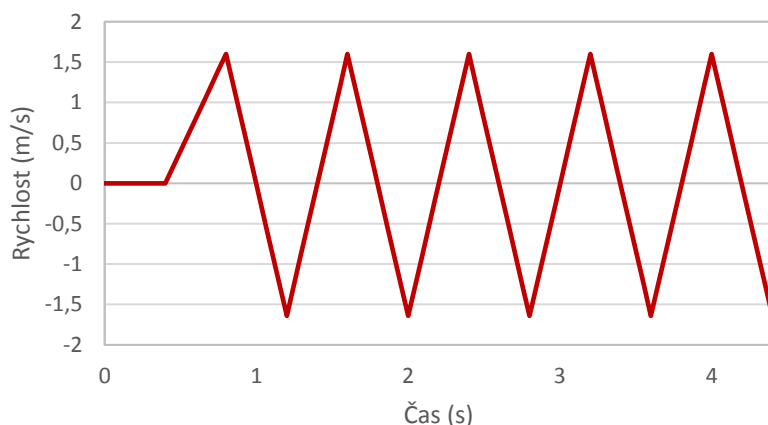
tab. 4-1 Parametry motoru a řemenic

Poloměr řemenice m	Kroutící moment N·m	Otáčky motoru min <sup>-1</sup>
0,015	0,0392	1274
0,02	0,0522	955
0,025	0,0653	764
0,03	0,0784	637

Pro určení otáček motoru je potřeba znát maximální rychlost, jakou se bude vozík pohybovat. Z grafu (viz obr. 4-8) vychází, že maximální rychlost je 1,64 m·s<sup>-1</sup>, nicméně v návrhu se počítalo s rychlostí 2 m·s<sup>-1</sup> z důvodu určité rezervy. Potřebné otáčky motoru jsou uvedeny v tabulce (viz tab. 4-1) a spočítají se podle rovnice (4-7).

$$n = \frac{v}{o} \quad (4-7)$$

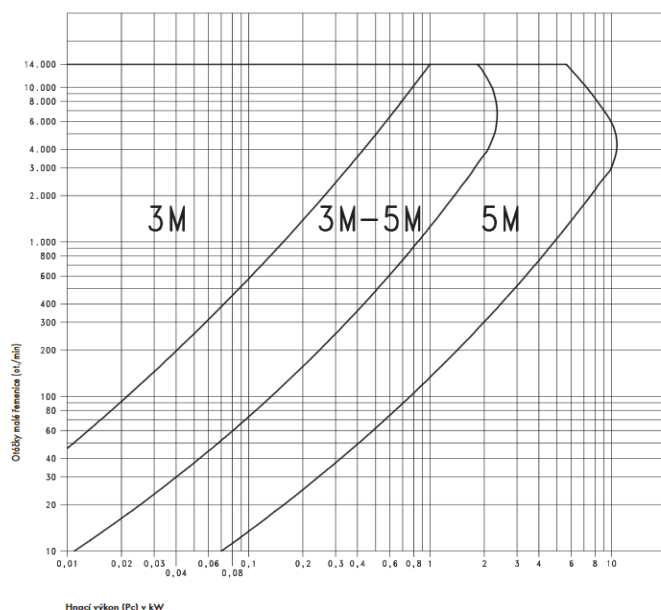
Kde  $n$  jsou otáčky motoru udávané v min<sup>-1</sup>,  $o$  je obvod řemenice udávaný v m,  $v$  je obvodová rychlost řemenice udávaná v m·s<sup>-1</sup>.



obr. 4-8 Průběh rychlosti vozíku

## 4.4 Návrh ozubeného převodu

U převodů s ozubeným řemenem je výkon přenášen tvarovým stykem mezi řemenicemi a řemenem nikoliv pomocí třecích sil jako u převodů s plochými nebo klínovými řemeny. Díky tomu nedochází ke skluzu a řemenice se otáčejí stejnou úhlovou rychlostí. Další výhodou je malé zatížení hřídelí, protože stačí malé předpětí. Účinnost ozubených převodů dosahuje 95 až 97 %. Ozubené řemeny se skládají z ozubení, ochranné vrstvy a tažných vláken. Ozubení zajišťuje tvarový styk, ochranná vrstva chrání řemen před poškozením a tažná vlákna přenáší obvodovou sílu. Podle materiálu se řemeny dělí na neoprenové a polyuretanové. Neoprenové řemeny jsou vyrobeny z kaučuku a jsou tmavé. Polyuretanové řemeny se vyrábí z polyuretanu a jsou světlé. Řemeny mají nejčastěji lichoběžníkový profil a vyrábí se v několika typech. Rozteč zubů se udává buď v palcích nebo mají metrickou rozteč.[18] Typ řemenice byl volen podle diagramu výrobce (viz obr. 4-9). Výkon byl zjištěn podle rovnic (4-8) a (4-9) a vyšel 4,16 W. Z tabulky lze vyčíst, že pro takový výkon a 764 ot·min<sup>-1</sup> jsou vhodné řemenice 3M. Nicméně zvoleny byly řemenice 5M, protože jsou vyrobeny z oceli a 3M z hliníku. Obě řemenice jsou dále obráběny, z tohoto důvodu jsou upřednostněny ocelové řemenice před hliníkovými.



obr. 4-9 Diagram pro výběr řemenice[19]

$$P = \omega M_k \quad (4-8)$$

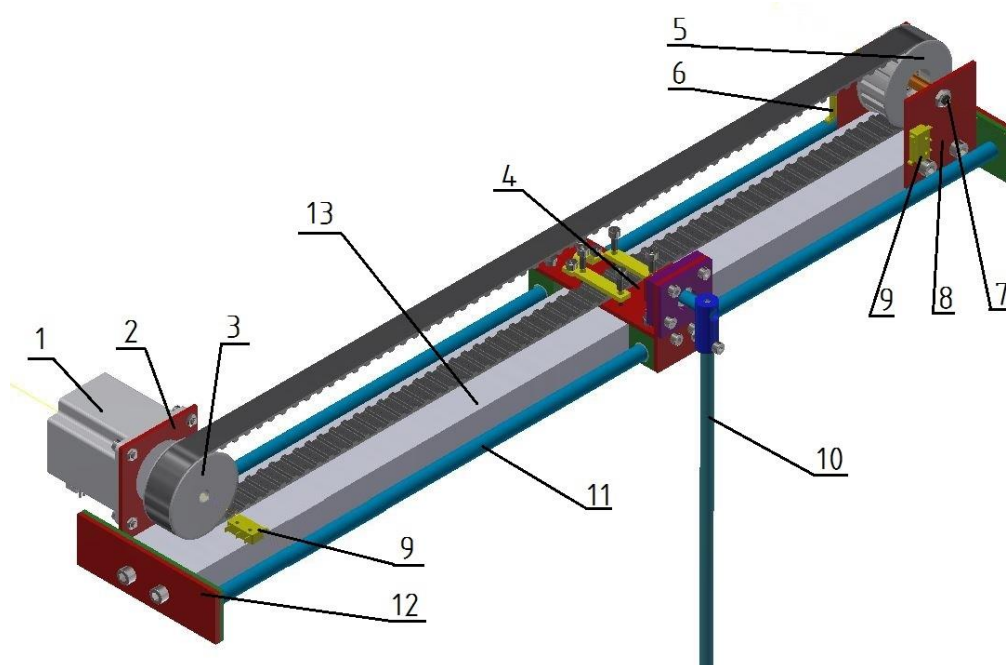
Kde  $P$  je výkon udávaný ve W,  $\omega$  je úhlová rychlost udávaná v rad·s<sup>-1</sup>.

$$\omega = \frac{v}{r} \quad (4-9)$$

Kde  $r$  je poloměr řemenice udávaný v m.

## 4.5 Model inverzního kyvadla

Zařízení se skládá z menších celků, které jsou v dalších podkapitolách podrobněji rozepsány. Pohyb vozíku po vedení zajišťuje krokový motor přes ozubený řemen, který je připevněn na řemenicích.



**obr. 4-10** Model navržené konstrukce; (1) Motor; (2) Plech pro uložení motoru; (3) Hnací řemenice; (4) Vozík; (5) Hnaná řemenice; (6) Referenční snímač; (7) Čep; (8) Plech pro uložení hnané řemenice; (9) Koncové spínače; (10) Kyvadlo; (11) Vodící tyč; (12) Čelní plechy; (13) Plochá tyč

Dráha vozíku je omezena plechy, ve kterých je uložena hnaná řemenice a motor s hnací řemenicí. Mezi nimi je prostor k pojezdu, rozhoupání a vyšvihnutí kyvadla. Zařízení se postaví na hranu stolu tak, aby kyvadlo viselo svisle dolů a mohlo volně rotovat.

## 4.6 Návrh řízení

Realizace řídicí smyčky nebyla zadáním této bakalářské práce. Cílem této práce bylo pouze vytvořit návrh řízení.

## 4.6.1 Hardware

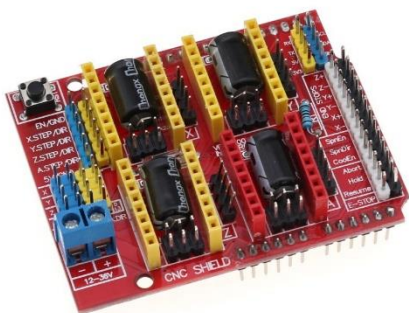
Požadavkem je, aby bylo inverzní kyvadlo řízeno pomocí arduina. Arduino je otevřená elektronická platforma, založená na jednoduchosti hardwaru a softwaru. Tyto desky čtou hodnoty ze vstupů, což jsou nejčastěji senzory, tlačítka, diody a provedou požadovanou operaci na výstupu např. roztočí motor, nebo rozsvítí diodu.[20]

V tomto případě byla použita deska arduino UNO. Pro specifické potřeby se používají shieldy, což jsou rozšíření, které rozšiřují schopnosti desky. Jejich připojení je jednoduché, jen se nasadí na základní desku. Shildy se používají například i k řízení motorů.



obr. 4-11 Deska arduino UNO[21]

Krokový motor se nedá připojit přímo na desku a musí být připojen do driveru, budiče nebo H-můstku. Použitý motor Sanyo Denki 103H7123-0245, je napájený stejnosměrným proudem o velikosti 1,5 A a je unipolární, což znamená, že má 6 vývodů. V tomto případě byla použita deska arduino UNO, CNC shield a driver ke krokovému motoru A4988.



obr. 4-12 CNC shield[22]

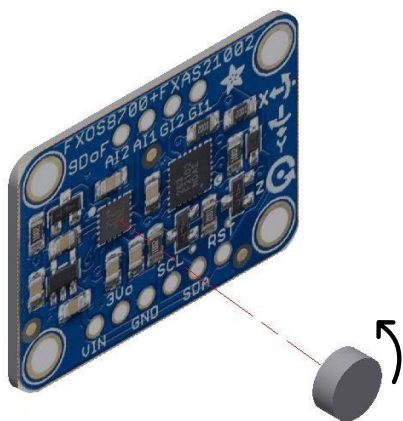
CNC Shield obsahuje 4 sloty pro drivery A4988, které umožňují řídit krokové motory a ovládat 4 osy. Do shildu se také dají zapojit další podpůrné periferie a obvody, které použité zařízení k funkci potřebuje. Arduino shield podporuje GRBL 0.9.[23]

Driver k motoru byl použit model s označením A4988, s tímto motor driverem lze řídit krokové motory s jmenovitým proudem do 2 A. Tato hodnota je dostačující, jelikož jmenovitý proud použitého motoru je 1,5 A. Zvládne 5 typů rozlišení kroku od celého kroku až po šestnáctinu kroku.[24]



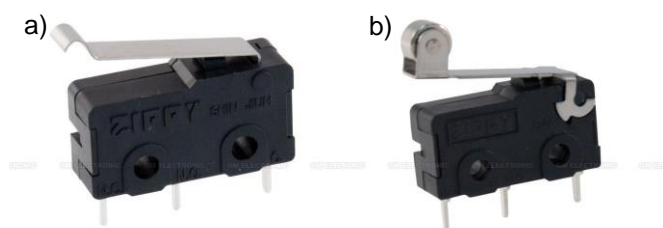
obr. 4-13 Driver A4988 pro krokový motor[25]

Pro snímání polohy kyvadla byl navržen magnetometr, což je snímač, který měří sílu v magnetickém poli. V praxi probíhá měření tak, že se naproti magnetometru umístí magnet, který se bude otáčet a díky jeho otáčení senzor dokáže rozpoznat změnu sil v magnetickém poli a určit tak polohu kyvadla. Na obrázku (viz obr. 4-13) je znázorněn magnetometr, proti kterému je magnet, který se otáčí. Nicméně bude potřeba senzor zkalibrovat a zjistit v jaké vzdálenosti by měl být senzor od magnetu. V tomto případě se magnet umístí na konec osy, na jejíž druhé straně je kyvadlo. Na snímač není navržen žádný způsob uchycení, protože původně se počítalo s případem, kdy bude poloha kyvadla snímána akcelerometrem, který by byl na místě magnetu. Nicméně tento způsob byl v průběhu práce zamítnut.



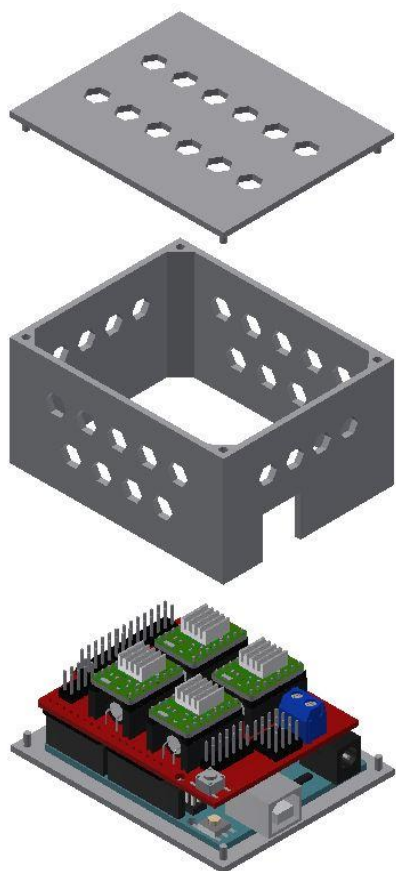
obr. 4-14 Třífosý akcelerometr a magnetometr FXOS8700 + třífosý gyroskop FXAS21002[26 upraveno]  
snímající natočení magnetu

Mikrospínače mají v tomto případě dvě funkce. Zaprvé slouží jako referenční čidlo, které určí výchozí polohu vozíku a zadruhé jako koncové dorazy, které v případě softwarové nebo mechanické chyby elektricky vypnou driver krokového motoru. Dva snímače jsou připevněny na pleších u hnané řemenice, z nichž je jeden referenční a druhý bezpečnostní. Poslední snímač byl umístěn na plochou tyč k motoru a funguje jako bezpečnostní. Byly použity dva typy mikrospínačů, a to ZIPPY SM-05S-05P0-Z a ZIPPY SM-05S-04P0-Z.



**obr. 4-15** Mikrospínače; a) ZIPPY SM-05S-04P0-Z[27]; b) ZIPPY SM-05S-05P0-Z[28]

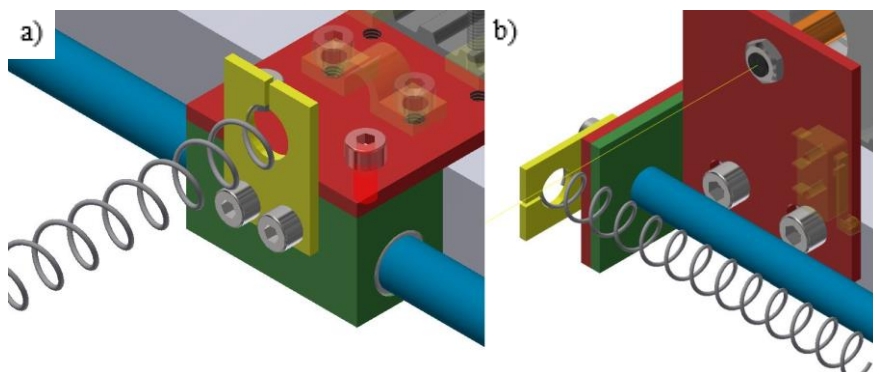
Pro elektronické komponenty, tedy arduino desku, CNC shield a driver ke krokovému motoru byla navržena plastová krabička ze tří částí, jejíž návrh je na obrázku (viz obr. 4-16).



**obr. 4-16** Krabička na elektroniku

Ještě je potřeba vyřešit odvedení vodičů ze snímačů. K tomuto účelu slouží energetické řetězy, které chrání kabely před porušením. V tomto případě je navržen jen koncept přichycení, protože při prvotním návrhu inverzního kyvadla se s energetickým řetězem nepočítalo, takže nebyly navrženy žádné elementy pro jeho přichycení.

Na obrázku (viz obr. 4-17) je zobrazen návrh připevnění spirálového energetického řetězu, který v tomto případě reprezentuje pružina. Energetický řetěz vede ze zadní strany vozíku až po čelní plech u hnané řemenice. Návrh počítá se dvěma dalšími plechy (žluté), do kterých je řetěz upevněn. Energetický řetěz by se do plechu umístil skrz drážku v plechu.



**obr. 4-17** Návrh odvedení vodičů; a) zadní strana vozíku; b) čelní plechy u hnané řemenice

#### 4.6.2 Software

Arduino má i vlastní software Arduino IDE, ve kterém se dal experiment ověřit, ale kvůli složitějšímu programovacímu jazyku se přistoupilo na variantu, kdy se zapojí i CNC shield, který převede G-kód do jazyku pro arduino desku. Přes Arduino IDE stačilo nahrát GRBL knihovnu a dále se pracovalo se softwarem GRBL Panel.

GRBL je volně dostupný firmware pro kontrolu pohybu zařízení, které podporují arduino. Je to převodník mezi programovacím jazykem, které arduino využívá a G-kódem. Většina open-source 3D tiskáren má tento software nainstalovaný a objevuje se také u laserů, vrtaček a různých kreslicích zařízení. GRBL se používá pro jednoduché řízení.[29]

Testování a ověření funkčnosti inverzního kyvadla bylo provedeno v programu GRBL Panel, což je software, který se dá použít k řízení krokového motoru. Řízení spočívá jen v nastavení zrychlení, rychlosti k pohybu vozíku.

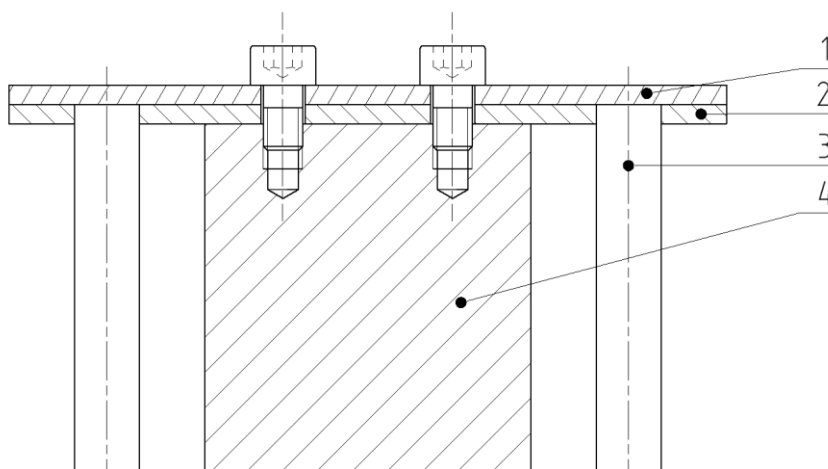


## 5 KONSTRUKČNÍ ŘEŠENÍ

V následující kapitole je podrobný popis jednotlivých podsestav včetně vybraných materiálů a celkové ceny. Poslední část se zabývá ověřením funkčnosti vyrobeného zařízení.

### 5.1 Vedení

Navržené vedení je kluzné, tedy i bezúdržbové. Skládá se z hliníkové ploché tyče, na jejichž koncích jsou přišroubované dva čelní plechy na každé straně. Ve vnitřních pleších jsou průchozí díry pro uložení vodících tyčí. Lineární vedení se skládá z čelních plechů, vodících tyčí a hliníkové ploché tyče, ke které byly přišroubovány jednotlivé komponenty. Jako vodící element jsou použity ocelové broušené tyče o průměru 10 mm s výrobní tolerancí h6 od firmy Matis. Minimální délka, kterou potřebuje vozík k vyšvihnutí kyvadla je podle grafu (viz obr. 4-8) zhruba 475 mm, nicméně zvolená délka, po které může vozík jezdit je 500 mm. Zvolené uložení tyčí v čelních pleších je s malou vůlí H7/h6.



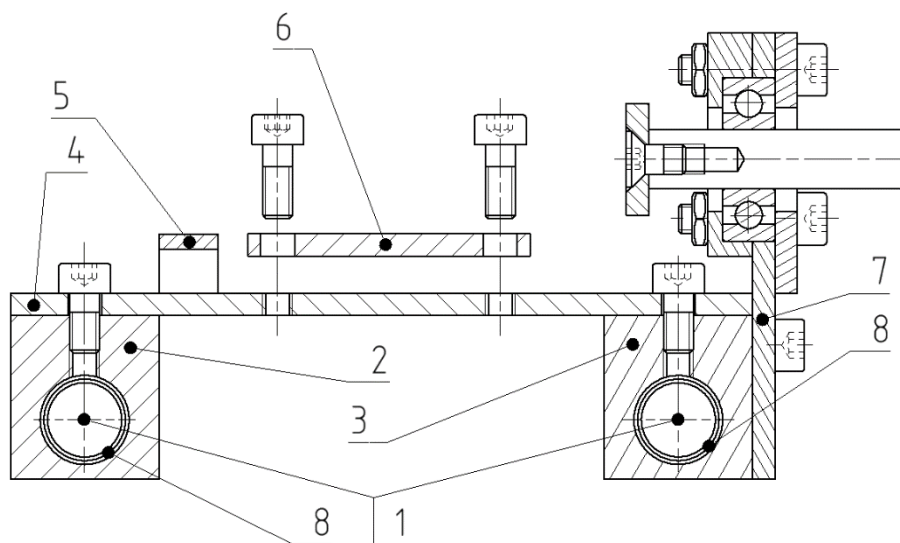
**obr. 5-1** Návrh vedení; (1) Vnější koncový plech; (2) Vnitřní koncový plech s otvory pro vodící tyče; (3) Vodící tyč; (4) Plochá tyč

Při výrobě bylo důležité zajistit to, aby tyče byly vůči sobě rovnoběžné. Z toho důvodu je na otvory, ve kterých jsou tyče uloženy kladena větší přesnost a jejich rozteč je tolerována  $\pm 0.05$  mm. Čím víc by se tyče rozbíhaly, tím víc by hrozilo riziko zadření.



## 5.2 Vozík

Základ tvoří dvě ploché tyče (kostky) a příčný plech. Aby se vozík nezadřel a pohyboval se po vedení s nízkým třením, tak jsou v kostkách uložena kluzná pouzdra. Kluzná pouzdra byla zvolena kvůli menším rozměrům a nižší ceně oproti valivým pouzdrům. Na přední části je přišroubovaný plech, ve kterém je ložisko s osou (viz obr. 5-3). Nad příčným plechem jsou uprostřed dva plíšky, které jsou určeny pro zajištění předpětí ozubeného řemene. V zadní části je přišroubované oko, které slouží k odvedení vodičů ze snímače polohy.

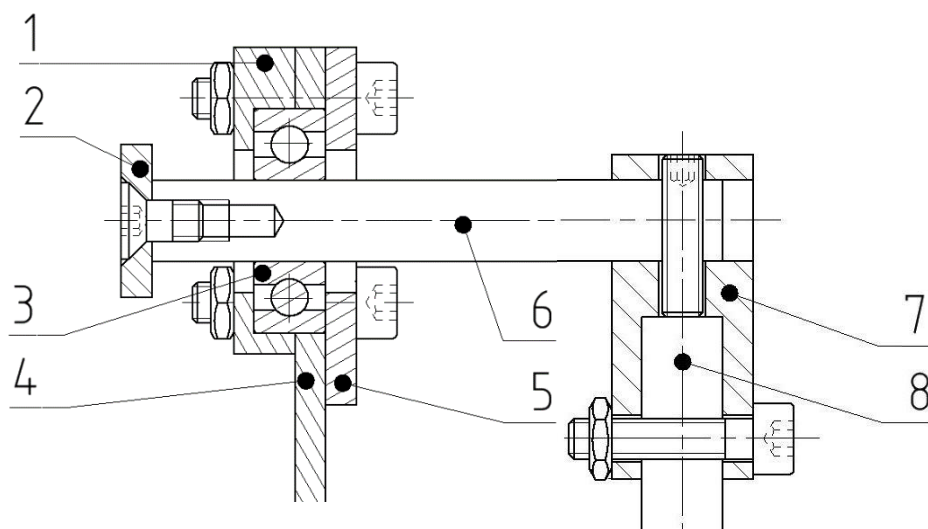


**obr. 5-2** Návrh vozíku; (1) Vodící tyče; (2) Zadní kostka vozíku; (3) Přední kostka vozíku; (4) Příčný plech vozíku; (5) Oko; (6) Plech pro zajištění předpětí; (7) Plech pro uložení ložiska a sestavy kyvadla; (8) Kluzná pouzdra

Vozík je sešroubovaný z několika částí. Důležité bylo zajistit, aby osy děr, ve kterých jsou kluzná pouzdra, byly vzájemně rovnoběžné. Proto byla zvolena tolerance na polohu díry  $\pm 0,05$  mm. Kluzná pouzdra byla zvolena KU 1015. Jsou svinuté z ocelového plechu s nanesenou teflonovou pracovní vrstvou PTFE. Pouzdra mají vysokou únosnost, zvládnou vysokou kluznou rychlost a pracují v širokém rozsahu s nízkým třením. Jsou vhodná pro provozní podmínky s vysokým zatížením a jsou vhodná k bezúdržbovému provozu. Kluzná vrstva pouzdra na bázi PTFE se po krátkém záběhu částečně přenesla na protilehlou plochu a tím vznikne fyzicky vázaný kluzný film. Nicméně pravidelné domazávání zlepšuje jejich výkonost a prodlužuje životnost.

## 5.3 Sestava kyvadla

Osa a kyvadlo jsou hliníkové tyče o průměru 8 mm, které jsou vzájemně spojeny spojovacím členem. Na ose je nalisováno ložisko, které zajišťuje axiální polohu celé sestavy. Ložisko je z obou stran axiálně zajištěno. Na zadním konci osy je přišroubován malý plíšek pro magnet, jehož natočení, které bude stejné jako natočení kyvadla, bude snímat magnetometr. Ložisko, ve kterém je nalisována osa má označení 608 ZKL, jehož vnitřní průměr je 8 mm a vnější 22 mm. Díra v plechu má toleranci H6 podle tabulky výrobce (viz obr. 5-6).



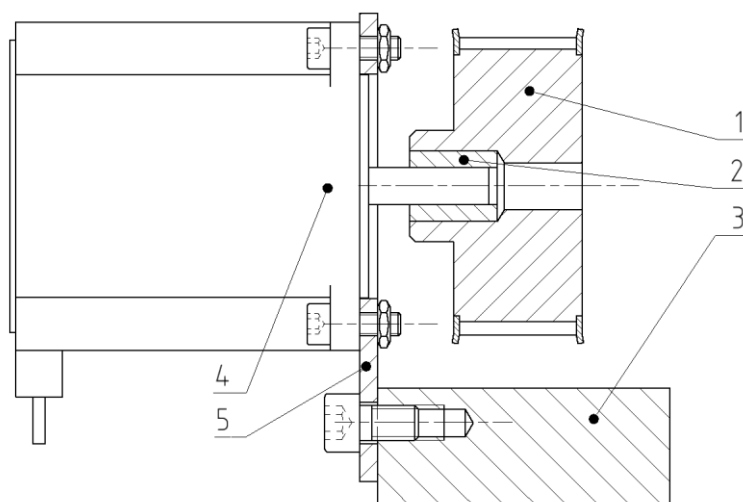
**obr. 5-3** Návrh uložení osy; (1) Zadní kryt ložiska; (2) Plíšek na konci osy pro snímač polohy; (3) Ložisko; (4) Plech z vozíku; (5) Přední kryt ložiska; (6) Osa; (7) Spojovací člen; (8) kyvadlo

Další částí je spojení osy a kyvadla. Tyto dvě části jsou připojeny spojovacím členem. Na konci osy je vyvrtána díra, kterou se spojí spojka s osou závrtným šroubem. Na kyvadle je to vyřešeno obdobně, ale je použit šroub s vnitřním šestihranem s maticí.

## 5.4 Řemenice a ozubený řemen

Řemenice i řemen byly vybrány z katalogu [19] firmy Matis. Obě řemenice jsou stejné a byly vyrobeny z ocelového monobloku. Jedná se o HTD řemenice s označením 32 5M-09 s přírubou, 32 zuby a roztečí zubů 5 mm. Jejich poloměr, tedy poloměr hlavové kružnice je 25,465 mm a jsou určeny pro řemen o šířce 9 mm. Mají předvrtanou díru o průměru 8 mm. Na zařízení byl použit řemen s označením 1270-5M-09, jehož délka je 1270 mm, šířka je 9 mm a má 254 zubů.

## 5.5 Hnací řemenice

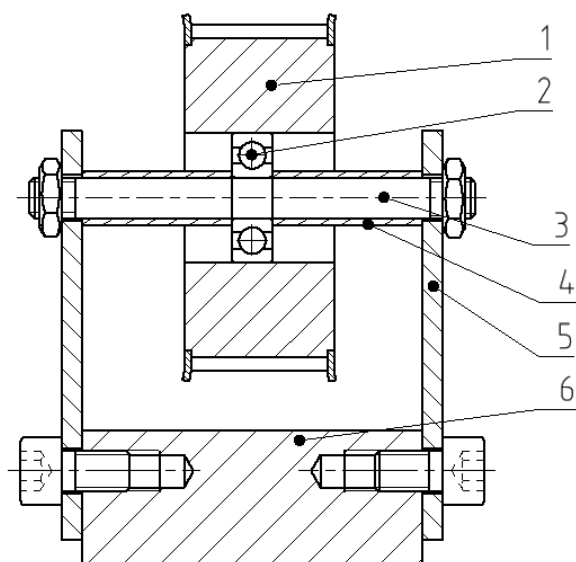


**obr. 5-4** Návrh hnací řemenice; (1) Hnací řemenice; (2) Vložka; (3) Plochá tyč; (4) Motor; (5) Boční plech pro uložení motoru

Výstup z motoru je hladká hřídel. Pro přenos kroutícího momentu bylo potřeba navrhnout spoj se silovým stykem, v tomto případě to byla nalisovaná vložka v hnací řemenici, do které se zalepila hřídel motoru. Motor má normalizovanou přírubu NEMA23 a je přišroubovaný na bočním plechu hliníkové ploché tyče. Pro lepší přehlednost na obrázku (viz obr. 5-4) není motor nakreslen v řezu.

## 5.6 Hnaná řemenice

Hnaná řemenice je uložena na čepu s ložiskem. Axiální polohu ložiska zajišťují dva distanční kroužky. Ložisko je nalisováno v řemenici. Čep je přišroubován ke dvěma plechům na bocích dolní ploché tyče. V řemenici byla vyvrtaná díra o průměru 19 mm pro uložení ložiska. Ložisko bylo zvoleno ZKL 626 s vnitřním průměrem 6 mm, vnějším průměrem 19 mm a šířkou 6 mm. Tolerance uložení byla zvolena H6 podle tabulky výrobce (viz obr. 5-6).



obr. 5-5 Návrh hnané řemenice; (1) Hnaná řemenice; (2) Ložisko; (3) Čep; (4) Distanční kroužek; (5) Boční plech; (6) Plochá tyč

Tolerance průměrů děr těles pro radiální ložiska (platí pro tělesa z oceli, litiny a ocelolitiny)				
Provozní podmínky	Posuvnost vnějšího kroužku	Těleso	Příklady uložení	Tolerance
Obvodové zatížení vnějšího kroužku				
Velké rázové zatížení $Pr > 0,15 Cr$ Tenkostěnná tělesa	Není posuvný	Jednodílné	Náboje kol s válečkovými ložisky, ojníční ložiska	P7
Normální a velké zatížení, $Pr > 0,07 Cr$	Není posuvný		Náboje kol s kuličkovými ložisky, pojezdová kola jeřábů, ložiska klikových hřídelů	N7
Malé a proměnné zatížení $Pr \leq 0,07 Cr$	Není posuvný		Dopravníkové válečky, napínací kladky	M7
Neurčitý způsob zatížení				
Velké rázové zatížení $Pr > 0,15 Cr$	Není posuvný		Trakční motory	M7
Velké a normální zatížení $Pr > 0,07 Cr$	Zpravidla není posuvný	Jednodílné	Elektromotory, čerpadla, ventilátory, klikové hřídele	K7
Malé a proměnné zatížení $Pr \leq 0,07 Cr$	Zpravidla posuvný		Elektromotory, čerpadla, ventilátory, klikové hřídele	J7
Přesná uložení				
Malé zatížení $Pr \leq 0,07 Cr$	Zpravidla není posuvný			K6 <sup>1)</sup>
	Posuvný	Jednodílné	Válečková ložiska pro obráběcí stroje, kuličková ložiska pro obráběcí stroje, malé elektromotory	J6 <sup>2)</sup>
	Lehce posuvný			H6
Bodové zatížení vnějšího kroužku				
Libovolné zatížení	Lehce posuvný	Jednodílné nebo dvoudílné	Všeobecné strojírenství, nápravná ložiska kolejových vozidel	H7 <sup>3)</sup>
Malé a normální zatížení $Pr \leq 0,15 Cr$	Lehce posuvný	Jednodílné nebo dvoudílné	Všeobecné strojírenství méně náročné strojírenství	H8
			Sušicí válce papírenských strojů, velké elektromotory	G7 <sup>4)</sup>

obr. 5-6 Tabulka uložení ložiska[30]

## 5.7 Výběr materiálu

Pro vyráběné díly tzn. plechy, plochou tyč, vozík, kyvadlo, osu, čep a vlisovaný kroužek je rozpis polotovarů v tab. 5.1.

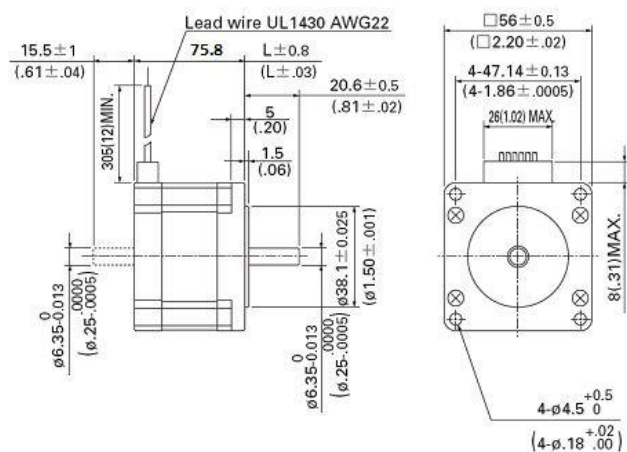
tab. 5-1 Použité polotovary

Polotovar	Vyrobené díly
PLO 60x3 – 800	Plechý
PLO 50x20 – 620	Plochá tyč
PLO 25x25 – 95	Kostky
KR 8 – 615	Kyvadlo, osa a čep
KR 14 – 150	Vložka a distan. kroužky

Hliníkové polotovary jsou dostupné ve dvou materiálových variantách, buď jsou vhodné pro obrábění, nebo ke svařování. Polotovary byly zakoupeny z materiálů vhodných k obrábění, a to konkrétně z EN AW-2007 a EN AW-2011. Kulatiny jsou z materiálu EN AW-2011 a ostatní části z EN AW-2007. V těchto slitinách jsou prvky, které zlepšují obrobiteľnost a tím zlepšují tvar třísky.[31] Další součásti, které byly vyrobeny jsou spojovací člen, zadní kryt ložiska a oko. Tyto součásti jsou z plastu a byly vytisknuty na 3D tiskárně Průša.

## 5.8 Plechy

Polotovar byl rozřezán na menší části podle výkresové dokumentace. Většina otvorů vyvrtaná v pleších je jen průchozích. Důležitý rozměr má díra pro vedení motoru a díra pro uložení ložiska. Vodící průměr z motoru je 38,1 mm (viz obr. 5-6) a vyvrtaný otvor je o 0,2 mm větší.



obr. 5-7 Výkres krokového motoru Sanyo Denki 103H7123-0140[15]

## 5.9 Náklady

Cena sestavy inverzního kyvadla vyšla na 1558 Kč. Největší část této ceny tvoří kupované součásti tzn. vodící tyče, řemen a řemenice. Tyto položky vyšly na 1014 Kč. Hliníkové polotovary vyšly na 350 Kč. Ložiska, kluzná pouzdra a spojovací materiál vyšly na 122 Kč. V tab. 5.2 jsou ceny jednotlivých součástí.

tab. 5-2 Ceny součástí

Položka	Cena Kč
Vodící tyče	404
Ozubený řemen	448
Řemenice	162
Polotovary	350
Ložiska + kluzná pouzdra	101
Spojovací materiál	21
Mikrospínače	72
Celkem	1558

## 5.10 Experimentální ověření

Jako poslední krok této práce bylo ověření funkčnosti inverzního kyvadla. To znamená, zda zařízení dokáže dostat kyvadlo do horní polohy. Nejjednodušší demonstrací je prokázat, že se kyvadlo zvládne přetočit. Testování bylo provedeno v softwaru GRBL Panel. V tomto softwaru je zhruba třicet nastavitelných hodnot, ale upravovány byly pouze tři hodnoty, a to posuv, rychlost a zrychlení v ose x. Při zapojení více motorů lze tyto parametry nastavovat i v dalších osách. Posuv, tedy počet kroků motoru na mm vyjadřuje, o kolik kroků se motor musí posunout, aby se vozík posunul o 1 mm. Tato hodnota se spočítá rovnicemi (5-1) a (5-2), kde je poloměr řemenic 25,465 mm, takže jejich obvod je 160 mm a motor má 200 kroků. Z těchto rovnic vychází, že motor při posuvu o jeden krok posune vozík o 0,8 mm.

$$o = 2\pi r \quad (5-1)$$

$$s = \frac{o}{N} \quad (5-2)$$

kde  $o$  je obvod řemenice udávaný v m,  $r$  je poloměr řemenice udávaný v m,  $s$  je posuv vozíku na jeden zub udávaný v m,  $N$  je počet kroků motoru.

Pro experiment byl zvolen posuv 100 kroků na mm, tedy když se hřídel motoru otočila o  $180^\circ$ , tak vozík urazil 80 mm. Takovým posuvem se mohl vozík pohybovat od hodnoty  $x=0$  do  $x=5$ . Celková délka vedení je 500 mm a pro účely testování bylo vyhrazeno 400 mm. Co se týká rychlosti a zrychlení, tak to bylo voleno experimentálně, do té doby, dokud to motor zvládl. Když byla překročena maximální rychlost nebo zrychlení, tak se motor zasekl a vozík zůstal stát na místě.

V experimentu byla zjištěna maximální skutečná rychlost  $400 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ , což je  $0,667 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Při návrhu byla zjištěna maximální teoretická rychlost  $1,64 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Reálná hodnota z GRBL Panelu byla přibližně 2,5krát nižší a obdobně to bylo s naměřeným zrychlením. Reálné maximální zrychlení v softwaru GRBL Panel bylo naměřeno  $130 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-2}$ , což je  $0,13 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . V návrhu bylo naměřeno teoretické maximální zrychlení  $8,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , což je přibližně 62krát vyšší hodnota. Nicméně tyto naměřené hodnoty nejsou maximální, jaké může motor zvládnout, protože experiment byl prováděn se zdrojem s napětím 9 V, přestože motor může být připojen na zdroj napětí až 24 V.

\$100	100.000	x, step/mm
\$110	400.000	x max rate, mm/min
\$120	130.000	x accel, mm/sec^2

obr. 5-8 Upravované hodnoty v GRBL Panelu

Po zjištění maximálních dosažitelných parametrů se přešlo k ověření funkčnosti kyvadla. Testování se neprovádělo podle simulace, protože teoretické hodnoty ze simulace byly několikanásobně vyšší než reálné naměřené v softwaru. Test probíhal při maximální dovolené rychlosti a zrychlení. Následovalo napsání G-kódu, kde byly využity 3 funkce, a to lineární posuv (G0), zastavení (G4), kde se zadával čas v desetinách s a najetí do počáteční polohy (G28). Spuštěný G-kód následně provedl požadované operace a ukázal, zda je napsaný program funkční. Řadou pokusů se došlo k finální verzi, při které kyvadlo provedlo otáčku a potvrdilo, že zařízení je funkční.

1	<b>g28</b>	najetí do referenčního bodu ( $x=0$ , tento bod byl definován na levé straně podle obr. 5-10)
2	<b>g0 x4</b>	posuv doprava do $x=4$
3	<b>g0 x1</b>	posuv doleva do $x=1$
4	<b>g04 P0.3</b>	zastavení na místě po dobu 0,3 s
5	<b>g0 x4</b>	posuv doprava do $x=4$
6	<b>g04 P0.2</b>	zastavení na místě po dobu 0,2 s
7	<b>g0 x1</b>	posuv doleva do $x=1$
8	<b>g04 P0.3</b>	zastavení na místě po dobu 0,3 s
9	<b>g0 x4</b>	posuv doprava do $x=4$

**obr. 5-9** Finální verze G-kódu s popisem jednotlivých kroků



**obr. 5-10** Skutečné zařízení



## 6 DISKUZE

Navržené a vyrobené zařízení bylo podrobena testování, kterým úspěšně prošlo. Co se týká mechanické stránky, tak je inverzní kyvadlo v pořádku a připraveno k provozu. Nicméně ještě je několik věcí, které je potřeba vyřešit, a to otestovat navržený způsob řízení, jestli je dostatečně přesný a vyřešit odvod vodičů. Na zařízení jsou odlišnosti oproti modelu, a to objímka na naprasklém spojovacím členu a vyvrtaná díra M5 místo M4 na vozíku, kvůli strženému závit, ale tyto úpravy funkčnost nijak neovlivnily. Osa kyvadla není úplně kolmá na osu vodících tyčí a kyvadlo má tendenci přibližovat se k vodícím tyčím se zvětšující se vzdáleností od osy rotace. V praxi to znamená, že může nastat kolize, kdy kyvadlo narazí do čelních plechů, nicméně při testování se to ani jednou nestalo.

V této práci nebyla otestována maximální síla, kterou dokáže vyvinout motor a tím pádem maximální zrychlení a rychlost vozíku. K dispozici byl zdroj s napětím 9 V, který se prokázal jako dostačující, takže pro získání maximálního zrychlení a rychlosti by bylo vhodné k zařízení připojit zdroj s napětím 24 V a zjistit, jaké má motor rezervy.

Experimentální ověření dopadlo zdárně, ale testování neprobíhalo podle navržené simulace a naměřené hodnoty se dost lišily od modelových. Z tohoto důvodu by bylo vhodné udělat obdobný experiment v jiném softwaru a určit, zda byly hodnoty z GRBL Panelu správné, či nikoliv.

## 7 ZÁVĚR

V této práci se podařilo popsat návrh v Simulinku i konstrukční řešení lineárního inverzního kyvadla. Konstrukční návrh byl následně podle výkresové dokumentace vyroben a sestaven. Je zde také popsán koncept zpětnovazebního řízení pomocí arduina. Dalším bodem bylo provést zkoušku navrženého zařízení. Ta spočívala překmitnutí kyvadla a prokázala, že zařízení je správně navrženo a funguje podle očekávání. Co se týká ceny, tak plánovaný rozpočet byl 1400 Kč, ale výsledná cena celého zařízení ve finále byla 1558 Kč, takže rozpočet byl překročen o 158 Kč.

## 8 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

1. FANTONI, Isabelle a Rogelio LOZANO. Control of Nonlinear Mechanical Systems. *European Journal of Control* [online]. 2001, **7**(2-3), 328-348 [cit. 2019-03-18]. DOI: 10.1016/S0947-3580(01)71153-3. ISSN 09473580. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0947358001711533>
2. LAM, Johnny.: Control of an Inverted Pendulum. [cit. 2019-03-18]. Dostupné z: [http://control.ee.ethz.ch/~ifaatic/2014/student\\_projects/Johnny\\_Lam\\_report\\_238.pdf](http://control.ee.ethz.ch/~ifaatic/2014/student_projects/Johnny_Lam_report_238.pdf)
3. *Linear servo control lab*. Kanada, 2013. [cit. 2019-03-19]. Dostupné také z: [https://www.quanser.com/wp-content/uploads/2017/04/Quanser-Linear-Servo-Control-Lab-Brochure-Generic-single\\_page.pdf](https://www.quanser.com/wp-content/uploads/2017/04/Quanser-Linear-Servo-Control-Lab-Brochure-Generic-single_page.pdf)
4. *NAVRHOVÁNÍ A REALIZACE REGULÁTORŮ*. Ostrava, 2012. Dostupné také z: <http://www.person.vsb.cz/archivcd/FEI/NRR/Navrhovani%20a%20realizace%20regulatoru.pdf>
5. ANTONIO-CRUZ, M., R. SILVA-ORTIGOZA, C.A. MERLO-ZAPATA, M.G. VILLARREAL-CERVANTES, D. MUNOZ-CARRILLO a V.M. HERNANDEZ-GUZMAN. Modeling and Construction of a Furuta Pendulum Prototype. In: *2014 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering* [online]. IEEE, 2014, 2014, s. 98-103 [cit. 2019-03-18]. DOI: 10.1109/ICMEAE.2014.23. ISBN 978-1-4673-6756-1. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7120853/>
6. OLIVARES, Manuel a Pedro ALBERTOS. Linear control of the flywheel inverted pendulum. *ISA Transactions* [online]. 2014, **53**(5), 1396-1403 [cit. 2019-03-19]. DOI: 10.1016/j.isatra.2013.12.030. ISSN 00190578. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0019057813002401>
7. MARYUTA, A. N. Dynamics of an inverted pendulum with a vibrating suspension. *International Applied Mechanics* [online]. 1993, **29**(12), 1025-1031 [cit. 2019-03-18]. DOI: 10.1007/BF00862502. ISSN 1063-7095. Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1007/BF00862502>
8. RODRIGUEZ, rora a Joaquin COLLADO. Periodically forced Kapitza's pendulum. In: *2016 American Control Conference (ACC)* [online]. IEEE, 2016, 2016, s. 2790-2794 [cit. 2019-03-18]. DOI: 10.1109/ACC.2016.7525341. ISBN 978-1-4673-8682-1. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7525341/>
9. BURKS, Chris. Kapitza pendulum. In: *Wikipedia* [online]. [cit. 2019-03-18]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Kapitza%27s\\_pendulum#/media/File:Kapitza\\_pendulum.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/Kapitza%27s_pendulum#/media/File:Kapitza_pendulum.svg)

10. Lineární vedení Lintrek. *Teatechnik* [online]. [cit. 2019-03-18]. Dostupné z: <https://www.teatechnik.cz/lintrek/>
11. Lineární vedení ALUROL. In: *Teatechnik* [online]. [cit. 2019-03-18]. Dostupné z: [https://www.teatechnik.cz/img/produkty/linearni\\_vedeni/rolnickova\\_vedeni/alurol.jpg](https://www.teatechnik.cz/img/produkty/linearni_vedeni/rolnickova_vedeni/alurol.jpg)
12. Lineární vedení. *Matis* [online]. [cit. 2019-03-15]. Dostupné z: <http://www.matis.cz/cs/kategorie/linearni-vedeni>
13. *DryLin Linear Slide Table*. Německo, 2017. [cit. 2019-03-19]. Dostupné také z: <http://www.igus.com/iProsvc/Download.aspx?File=P02640300USen.pdf&Name=drylin%c2%ae%2520ZLW.pdf>
14. KALLA, Libor. *Inverzní kyvadlo* [online]. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství, 2010 [cit. 2019-03-19]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/11012/16423>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Ústav automatizace a informatiky. Vedoucí práce Tomáš Marada.
15. *2-PHASE STEPPING SYSTEMS*. Ver. 7. Japonsko, 2012. Dostupné z: [https://www.sanyodenki.com/archive/document/product/servo/catalog\\_E\\_pdf/SANMOTION\\_F2\\_E.pdf#page=1](https://www.sanyodenki.com/archive/document/product/servo/catalog_E_pdf/SANMOTION_F2_E.pdf#page=1)
16. Tření. *Skf* [online]. [cit. 2019-04-22]. Dostupné z: <https://www.skf.com/cz/products/bearings-units-housings/plain-bearings/bushings-thrust-washers-strips/principles-for-selection-and-application/friction/index.html>
17. Diagram tření kluzných ložisek. In: *Skf* [online]. [cit. 2019-04-22]. Dostupné z: [https://www.skf.com/binary/12-268176/0901d1968046fa8c-I\\_6110\\_004\\_0311-w%25281%2529\\_tcm\\_12-268176.png](https://www.skf.com/binary/12-268176/0901d1968046fa8c-I_6110_004_0311-w%25281%2529_tcm_12-268176.png)
18. SHIGLEY, Joseph Edward, Charles R. MISCHKE a Richard G. BUDYNAS, VLK, Miloš, ed. *Konstruování strojních součástí*. Přeložil Martin HARTL. V Brně: VUTIUUM, 2010. Překlady vysokoškolských učebnic. ISBN 978-80-214-2629-0
19. *Řetězové a řemenové převody*. Brno, 2012. Dostupné z: [http://www.matis.cz/data/pdfkatalogy/Katalog%202009%20Retezove%20a%20remeno ve%20prevody/Retezove\\_remenove\\_prevody.pdf](http://www.matis.cz/data/pdfkatalogy/Katalog%202009%20Retezove%20a%20remeno ve%20prevody/Retezove_remenove_prevody.pdf)
20. SELECKÝ, Matúš. *Arduino: uživatelská příručka*. Brno: Computer Press, 2016. ISBN 978-802-5148-402
21. Arduino UNO. In: *BDTronics* [online]. [cit. 2019-04-22]. Dostupné z: <https://bdtronics.com/wp-content/uploads/2019/02/Arduino-UNO-R3-CH340G-02.jpg>
22. CNC shield. In: *Hwkitchen* [online]. [cit. 2019-04-02]. Dostupné z: [https://cdn.myshoptet.com/usr/www.hwkitchen.cz/user/shop/big/2403-1\\_cnc-shield-v3-pro-3d-tiskarny--driver-a4988.jpg?5b9d67a6](https://cdn.myshoptet.com/usr/www.hwkitchen.cz/user/shop/big/2403-1_cnc-shield-v3-pro-3d-tiskarny--driver-a4988.jpg?5b9d67a6)

23. 3-Axis CNC/Stepper Motor Shield for Arduino. *Handsontec* [online]. [cit. 2019-03-18]. Dostupné z: <https://www.handsontec.com/dataspecs/cnc-3axis-shield.pdf>
24. Pololu 8-35V 2A Single Bipolar Stepper Motor Driver A4988. *Robotshop* [online]. [cit. 2019-04-02]. Dostupné z: <https://www.robotshop.com/media/files/pdf/datasheet-1182.pdf>
25. Single Bipolar Stepper Motor Driver A4988 [online]. In: *Robu* [cit. 2019-04-02]. Dostupné z: <https://aws.robust.in/wp-content/uploads/2017/12/ROB2986.jpg>
26. FXOS8700 + FXAS21002. In: *Microcenter* [online]. [cit. 2019-05-14]. Dostupné z: [https://90a1c75758623581b3f8-5c119c3de181c9857fcb2784776b17ef.ssl.cf2.rackcdn.com//479243\\_318329\\_01\\_front\\_zoom.jpg](https://90a1c75758623581b3f8-5c119c3de181c9857fcb2784776b17ef.ssl.cf2.rackcdn.com//479243_318329_01_front_zoom.jpg)
27. Mikrospínač ZIPPY SM-05S-04P0-Z. In: *Gme* [online]. [cit. 2019-04-22]. Dostupné z: [https://www.gme.cz/data/product/1024\\_1024/pctdetail.630-035.1.jpg](https://www.gme.cz/data/product/1024_1024/pctdetail.630-035.1.jpg)
28. Mikrospínač ZIPPY SM-05S-05P0-Z. In: *Gme* [online]. [cit. 2019-04-22]. Dostupné z: [https://www.gme.cz/data/product/1024\\_1024/pctdetail.630-420.1.jpg](https://www.gme.cz/data/product/1024_1024/pctdetail.630-420.1.jpg)
29. Grbl. *Github* [online]. [cit. 2019-04-06]. Dostupné z: <https://github.com/grbl/grbl/wiki>
30. *Valivá ložiska*. Publikace ZKL 3/09/Cz. Brno: ZKL, 2009-01. [cit. 2019-03-19]. Dostupné z: [https://www.arkov.cz/getattachment/189c6a2f-a312-4257-82c1-39a1cdfa3bba/Hlavni-katalog-ZKL-\(CZ\)](https://www.arkov.cz/getattachment/189c6a2f-a312-4257-82c1-39a1cdfa3bba/Hlavni-katalog-ZKL-(CZ))
31. EN AW-2007 T4. *Alunet* [online]. [cit. 2019-03-18]. Dostupné z: <http://www.alunet.cz/ENAW-2007>

## 9 SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK, SYMBOLŮ A VELIČIN

### 9.1 Příklady použitých zkratk

3D	trojrozměrný
3M	ozubené řemenice s metrickou roztečí 3 mm
5M	ozubené řemenice s metrickou roztečí 5 mm
AW	tvářené výrobky z hliníku
CAD	computer aided design
CNC	computer numerical control
EN	evropská norma
HTD	ozubené soukolí s metrickou roztečí
KR	kruhová tyč
PLO	plochá tyč
USB	universal seriál bus

### 9.2 Příklady použitých fyzikálních veličin

$a$	zrychlení
$\ddot{x}$	zrychlení vozíku
$g$	tíhové zrychlení
$\omega_k$	frekvence kmitů
$\omega_0$	úhlová frekvence
$\omega$	úhlová rychlost
$\varphi$	úhlová dráha
$\dot{\varphi}$	úhlová rychlost
$\ddot{\varphi}$	úhlové zrychlení

$\delta$	koeficient útlumu
$J$	moment setrvačnosti
$F$	působící síla na vozík
$F_T$	třecí síla
$M_k$	kroutící moment
$l$	délka kyvadla
$l_t$	vzdálenost těžiště kyvadla od osy rotace
$m_k$	hmotnost kyvadla
$m_v$	hmotnost vozíku
$P$	výkon
$r$	poloměr řemenice
$n$	otáčky motoru
$v$	obvodová rychlost řemenice
$o$	obvod řemenice
$N$	počet kroků motoru
$\mu$	koeficient tření kluzných ložisek
$a_k$	amplituda kmitů

## 10 SEZNAM OBRÁZKŮ A GRAFŮ

<b>obr. 2-1</b>	Lineární inverzní kyvadlo[1].....	14
<b>obr. 2-2</b>	Posuv vozíku pomocí ozubeného kola a hřebene[3].....	15
<b>obr. 2-3</b>	Princip řízení se zpětnou vazbou[4] .....	15
<b>obr. 2-4</b>	Rotační inverzní kyvadlo[1].....	16
<b>obr. 2-5</b>	Inverzní kyvadlo se setrvačником[1].....	16
<b>obr. 2-6</b>	Kapitzovo kyvadlo[9].....	17
<b>obr. 2-7</b>	Rolničkové vedení ALUROL[11].....	18
<b>obr. 2-8</b>	Lineární vedení igus ZLW-0630[13].....	18
<b>obr. 4-1</b>	Schéma inverzního kyvadla s vozíkem[14 upraveno].....	20
<b>obr. 4-2</b>	Model v Simulinku[14] .....	21
<b>obr. 4-3</b>	Průběh zrychlení vozíku .....	22
<b>obr. 4-4</b>	Průběh natočení kyvadla.....	22
<b>obr. 4-5</b>	Průběh dráhy kyvadla.....	23
<b>obr. 4-6</b>	Momentové charakteristiky motorů Sanyo Denki; a) 103H7123-140; b) 103H7123-0440[15] .....	23
<b>obr. 4-7</b>	Diagram koeficientu tření kluzných ložisek[17] .....	24
<b>obr. 4-8</b>	Průběh rychlosti vozíku.....	25
<b>obr. 4-9</b>	Diagram pro výběr řemenice[19] .....	26
<b>obr. 4-10</b>	Model navržené konstrukce; (1) Motor; (2) Plech pro uložení motoru; (3) Hnací řemenice; (4) Vozík; (5) Hnaná řemenice; (6) Referenční snímač; (7) Čep; (8) Plech pro uložení hnané řemenice; (9) Koncové spínače; (10) Kyvadlo; (11) Vodicí tyč; (12) Čelní plechy; (13) Plochá tyč .....	27
<b>obr. 4-11</b>	Deska arduino UNO[21] .....	28
<b>obr. 4-12</b>	CNC shield[22] .....	28
<b>obr. 4-13</b>	Driver A4988 pro krokový motor[25] .....	29
<b>obr. 4-14</b>	Třiosý akcelerometr a magnetometr FXOS8700 + tříosý gyroskop FXAS21002[26 upraveno] snímající natočení magnetu .....	29
<b>obr. 4-15</b>	Mikrospínače; a) ZIPPY SM-05S-04P0-Z[27]; b) ZIPPY SM-05S-05P0-Z[28]	30
<b>obr. 4-16</b>	Krabička na elektroniku .....	30



<b>obr. 4-17</b>	Návrh odvedení vodičů; a) zadní strana vozíku; b) čelní plechy u hnané řemenice	31
<b>obr. 5-1</b>	Návrh vedení; (1) Vnější koncový plech; (2) Vnitřní koncový plech s otvory pro vodící tyče; (3) Vodící tyč; (4) Plochá tyč .....	32
<b>obr. 5-2</b>	Návrh vozíku; (1) Vodící tyče; (2) Zadní kostka vozíku; (3) Přední kostka vozíku; (4) Příčný plech vozíku; (5) Oko; (6) Plech pro zajištění předpětí; (7) Plech pro uložení ložiska a sestavy kyvadla; (8) Kluzná pouzdra .....	33
<b>obr. 5-3</b>	Návrh uložení osy; (1) Zadní kryt ložiska; (2) Plíšek na konci osy pro snímač polohy; (3) Ložisko; (4) Plech z vozíku; (5) Přední kryt ložiska; (6) Osa; (7) Spojovací člen; (8) kyvadlo	34
<b>obr. 5-4</b>	Návrh hnací řemenice; (1) Hnací řemenice; (2) Vložka; (3) Plochá tyč; (4) Motor; (5) Boční plech pro uložení motoru .....	35
<b>obr. 5-5</b>	Návrh hnané řemenice; (1) Hnaná řemenice; (2) Ložisko; (3) Čep; (4) Distanční kroužek; (5) Boční plech; (6) Plochá tyč .....	36
<b>obr. 5-6</b>	Tabulka uložení ložiska[30] .....	36
<b>obr. 5-7</b>	Výkres krokového motoru Sanyo Denki 103H7123-0140[15] .....	37
<b>obr. 5-8</b>	Upravované hodnoty v GRBL Panelu .....	39
<b>obr. 5-9</b>	Finální verze G-kódu s popisem jednotlivých kroků .....	40
<b>obr. 5-10</b>	Skutečné zařízení .....	40

## 11 SEZNAM TABULEK

<b>tab. 4-1</b>	Parametry motoru a řemenic .....	25
<b>tab. 5-1</b>	Použité polotovary .....	37
<b>tab. 5-2</b>	Ceny součástí .....	38

## 12 SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1

Výkresová dokumentace